



Matemática

Noções de Conjuntos

Introdução

1. O que é um conjunto? Um conjunto pode ser entendido como um aglomerado ou junção de objetos que partilham determinada característica ou compõem certo padrão, sendo objetos bem definidos e discerníveis. A noção de conjunto é uma noção intuitiva.
 - a. O que isso tem a ver com o conceito de noção primitiva? Por ser uma aceita intuitivamente, a noção básica que define o conceito de conjunto é chamada de noção primitiva, não sendo definida em termos de conceitos pré-existentes, mas em bases de intuição e de experiências cotidianas.
 - b. Como representamos, geralmente, um conjunto? Um conjunto é geralmente representado por meio de uma letra maiúscula (A, B, C, \dots, Z).
2. O que é um elemento de um conjunto? Elementos de conjuntos são objetos bem definidos e discerníveis que fazem parte de um conjunto.
 - a. Também podemos associar o conceito a uma noção primitiva? Sim, a noção de elemento também é primitiva, pois é aceita intuitivamente.
 - b. Como representamos, geralmente, um elemento de um conjunto? Um elemento de um conjunto é geralmente representado por uma letra minúscula (a, b, c, \dots, z).
3. Podemos associar elementos a um conjunto? Sim, elementos podem ser associados a um determinado conjunto por meio da lógica que une esses elementos, seja uma característica em comum, seja um padrão, etc.
 - a. Como representamos isso? Podemos representar um conjunto e seus elementos por meio de uma relação de igualdade seguida de chaves contendo os elementos. Por exemplo, suponha que um conjunto A tenha três elementos (a, b, c), podemos escrever:
$$A = \{a, b, c\}$$
 - b. Suponha que um brigadeiro seja composto por leite condensado, creme de leite e chocolate em pó. Represente o brigadeiro como um conjunto composto por esses elementos.

$$\text{Brigadeiro} = \{\text{leite condensado}, \text{creme de leite}, \text{chocolate em pó}\}$$



4. O que é a relação de pertinência na matemática? A relação de pertinência é a relação na matemática que associa um elemento ao conjunto a que ele pertence.
- a. Como a representamos? Representamos a relação por meio do símbolo \in (*pertence a*). Por exemplo, suponha que um elemento 'a' pertença a um conjunto A, escrevemos:

$$a \in A$$

- b. Como representamos sua negação? A negação da relação de pertinência é representada pelo símbolo \notin . Por exemplo, suponha que um elemento 'b' não pertença a um conjunto A, escrevemos:

$$b \notin A$$

5. O que é um conjunto vazio? Como ele é representado? Um conjunto vazio é um conjunto que não tem elementos associados a ele. Representamos esse conjunto com o símbolo \emptyset ou com $\{\}$.
6. O que é um conjunto unitário? É um conjunto com apenas um único elemento.
7. O que é um conjunto finito? É um conjunto com uma quantidade limitada de elementos, por exemplo: $A = \{a, b, c\}$.
8. O que é um conjunto infinito? É um conjunto com uma quantidade ilimitada de elementos, por exemplo o conjunto de todos os números naturais.
9. O que é um conjunto universo? Um conjunto universo, ou conjunto verdade, é o conjunto definido arbitrariamente de todos os elementos de um determinado contexto ou situação que se quer considerar.

Aplicações Básicas e Igualdade

10. É possível que dois conjuntos sejam iguais? Como representamos isso? Sim, podemos representar tal igualdade com o símbolo $=$. Por exemplo, suponha que dois conjuntos A e B sejam iguais, representamos:

$$A = B$$

11. Podemos ter conjuntos como elementos de outros conjuntos? Dê um exemplo.

Sim, podemos ter conjuntos como elementos de outros conjuntos. Por exemplo, seja o conjunto $B = \{2, 4\}$ e o conjunto $A = \{1, B\} = \{1, \{2, 4\}\}$. Podemos dizer que B é um elemento de A, ou seja, que $\{2, 4\}$ é um elemento de A, de forma que é correto escrever:



$$B \in A \text{ ou } \{2, 4\} \in A$$

12. Os conjuntos $\{\{a\}\}$ e $\{a\}$ são iguais? Justifique.

Não, os conjuntos $\{\{a\}\}$ e $\{a\}$ não são iguais, uma vez que, apesar de ambos serem unitários, temos:

$$a \in \{a\}, a \notin \{\{a\}\}, \{a\} \in \{\{a\}\} \text{ e } \{a\} \notin \{a\}$$

Para simplificar, chamaremos $\{\{a\}\} = A$ e $\{a\} = B$. Note que:

$$a \in B, a \notin A, \{a\} \in A \text{ e } \{a\} \notin B$$

Ou seja, é nítido que $A \neq B$.

13. Considere os elementos $-10, -5, -\frac{1}{2}, 0, 2, 10$.

- Quais elementos pertencem ao conjunto A, sendo que $A = \{x \mid x + 6 < 1\}$? **O elemento -10 .**
- Quais elementos pertencem ao conjunto A, sendo que $A = \{x \mid x \text{ é inteiro}\}$? **Os elementos $-10, -5, 0, 2$ e 10 .**
- Quais elementos pertencem ao conjunto A, sendo que $A = \{x \mid -6 < x < 2\}$? **Os elementos $-\frac{1}{2}$ e 0 .**
- Quais elementos pertencem ao conjunto A, sendo que $A = \{x \mid -\frac{1}{2} < x \leq 2\}$? **Os elementos 0 e 2 .**

14. Classifique em verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das seguintes sentenças:

- $0 \in \emptyset$. **F -> Um conjunto vazio não possui elementos, e o 0 é um elemento, apesar de ter valor numérico nulo.**
- $\{a, b, c\} \in \{a, b, c, d, e\}$. **F -> $\{a, b, c\}$ é um conjunto. Podemos dizer que cada elemento de $\{a, b, c\}$ pertence a $\{a, b, c, d, e\}$, ou seja $a \in \{a, b, c, d, e\}$, $b \in \{a, b, c, d, e\}$ ou $c \in \{a, b, c, d, e\}$, mas não podemos dizer que o conjunto pertence ao outro. Poderíamos considerar verdadeiro caso estivesse escrito:
$$\{a, b, c\} \in \{\{a, b, c\}, d, e\}$$**
- $\{a, b\} \in \{a, b, \{a, b, \{a, b\}\}\}$. **F -> O conjunto $\{a, b\}$ não pertence a $\{a, b, \{a, b, \{a, b\}\}\}$ como elemento individual e diretamente, uma vez que os elementos de $\{a, b, \{a, b, \{a, b\}\}\}$ são apenas a, b e $\{a, b, \{a, b\}\}$.**
- $\{x \mid x < 1 \text{ e } x \geq 1\} = \emptyset$. **V -> Observe que não há valor de x que satisfaça a condição proposta, de forma que o conjunto não apresenta qualquer elemento, sendo um conjunto vazio.**



Subconjuntos e Propriedades

15. Qual nome damos a um conjunto quando todos os seus elementos estão, também, em um outro conjunto? Qual o nome dessa relação? **Um conjunto que tem todos os seus elementos em outro conjunto maior é chamado de subconjunto daquele. A relação entre esses dois conjuntos é chamada de relação de continência, uma vez que um conjunto maior contém o outro, ou seja, podemos encontrar todos os elementos do menor no maior.**

a. Como representamos essa relação? **Essa relação é representada pelos símbolos \subset (está contido) e \supset (contém). Por exemplo, suponha que um conjunto B esteja contido em um conjunto A, escrevemos:**

$$A \supset B \text{ ou } B \subset A$$

b. Como negamos essa relação? **Essa relação pode ser negada pelos símbolos $\not\supset$ (não contém) e $\not\subset$ (não está contido). Por exemplo, suponha que um conjunto B não esteja contido em A, logo:**

$$A \not\supset B \text{ ou } B \not\subset A$$

16. Quais as propriedades da relação de inclusão? Dê exemplos.

As propriedades da relação de inclusão são, para quaisquer conjuntos A, B, C:

- $\emptyset \subset A$
- Reflexiva: $A \subset A$
- Transitiva: Se $A \subset B$ e $B \subset C$, então $A \subset C$
- Antissimétrica: Se $A \subset B$ e $B \subset A$, então $A = B$

Exemplo: Seja $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{2, 3\}$ e $D = \{3\}$. Note que é válido que:

- $\emptyset \subset A, \emptyset \subset B, \emptyset \subset C$ e $\emptyset \subset D$.
- $A \subset A, B \subset B, C \subset C$ e $D \subset D$.
- $D \subset C \subset A$, logo $D \subset A$.
- $B \subset C$ e $C \subset B$, logo $B = C$.

17. Suponha um conjunto A com n elementos.

- Quantos são os subconjuntos de A? **Sempre que temos um conjunto qualquer com n elementos, podemos calcular o número de subconjuntos fazendo 2^n .**
- O que é um conjunto das partes de A? Represente para $A = \{0, 1, 2, 3\}$.

O conjunto das partes de A é conjunto com todos os subconjuntos de A, representado por $P(A)$. Para $A = \{0, 1, 2, 3\}$, temos:



$$P(A) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{0, 3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{0, 1, 2\}, \\ \{0, 1, 3\}, \{0, 2, 3\}, \{1, 2, 3\}, \{0, 1, 2, 3\}\}$$

- 18.** Dado o conjunto $A = \{a, b, c, \{c, d\}\}$, classifique em verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das seguintes sentenças:
- $a \in A$. V -> a é um elemento de A .
 - $\{a, e\} \subset A$. F -> e não é um elemento de A para compor um subconjunto com a .
 - $A \supset \{a, \{c, d\}\}$. V -> $\{a, \{c, d\}\}$ é um subconjunto de A .
 - $\{c, d\} \in A$. V -> $\{c, d\}$ é um elemento de A .
 - $\{c, \{c, d\}\} \in A$. F -> $\{c, \{c, d\}\}$ é um subconjunto de A , mas não um elemento de A .
 - $\{c, \{c, d\}\} \subset A$. V -> $\{c, \{c, d\}\}$ é um subconjunto de A .
 - $\{c, d\} \subset A$. F -> $\{c, d\}$ é um elemento de A , o subconjunto de A deveria ser $\{\{c, d\}\}$.
 - $\{c, d\} \in A$. V -> $\{c, d\}$ é um elemento de A (Repetido para dar ênfase na diferença em relação à letra g)
- 19.** Classifique em verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das seguintes sentenças:
- $\emptyset \subset \{\emptyset\}$. V -> Um conjunto vazio está contido em qualquer conjunto.
 - $\emptyset \in \{\emptyset\}$. V -> \emptyset é um elemento de $\{\emptyset\}$.
 - $\emptyset \subset \emptyset$. V -> Um conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto.