

# Matemática

## Função Exponencial II

---

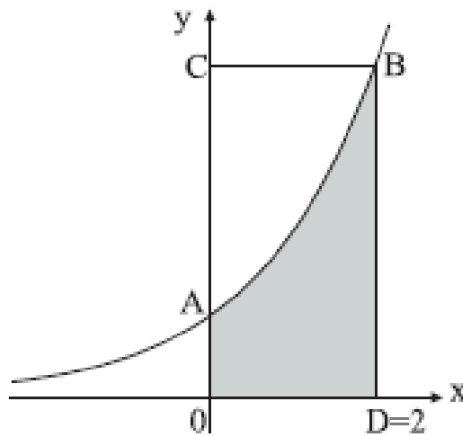
1. (Vunesp-1999) Uma cultura de bactérias cresce segundo a lei  $N(t) = \alpha \cdot 10^{\lambda t}$ , onde  $N(t)$  é o número de bactérias em  $t$  horas,  $t \geq 0$ , e  $\alpha$  e  $\lambda$  são constantes estritamente positivas. Se após 2 horas o número inicial de bactérias,  $N(0)$ , é duplicado, qual será o número de bactérias após 6 horas?
2. (FMTM-2002) Uma cultura bacteriana apresenta inicialmente uma população de 10000 bactérias. Após  $t$  horas, sua população será de  $10\,000 \cdot (1,2)^t$  bactérias. Após quantas horas a população da cultura será de 30000 bactérias?
3. (FGV-2005) Um computador desvaloriza-se exponencialmente em função do tempo, de modo que seu valor  $y$ , daqui a  $x$  anos, será  $y = A \cdot k^x$ , em que  $A$  e  $k$  são constantes positivas. Se hoje o computador vale R\$ 5000,00 e valerá a metade desse valor daqui a 2 anos, qual será seu valor em 6 anos?
4. (Mack-2005) Se os inteiros  $x$  e  $y$  satisfazem a equação  $3^{x+1} + 2^y = 2^{y+2} - 3^x$ , então qual é o valor de  $3^x$ ?
5. (Unicamp-2000) Suponha que o número de indivíduos de uma determinada população seja dado pela função:  $F(t) = a \cdot 2^{-bt}$ , onde a variável  $t$  é dada em anos e  $a$  e  $b$  são constantes.
  - a. Encontre as constantes  $a$  e  $b$  de modo que a população inicial ( $t = 0$ ) seja igual a 1024 indivíduos e a população após 10 anos seja a metade da população inicial.
  - b. Qual o tempo mínimo para que a população se reduza a  $1/8$  da população inicial?
  - c. Esboce o gráfico da função  $F(t)$  para  $t \in [0, 40]$ .
6. (UEL-1995) Se o número real  $K$  satisfaz à equação  $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$ , então qual o valor de  $K^2$ ?

7. (Vunesp-2003) Resolva as equações exponenciais, determinando os correspondentes valores de  $x$ .

a.  $7^{(x-3)} + 7^{(x-2)} + 7^{(x-1)} = 57$

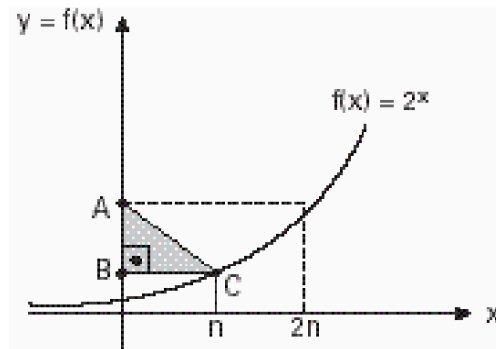
b.  $\left(\frac{1}{3}\right)^x + \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} = -207$

8. (UFSCar-2007) Para estimar a área da figura ABDO (sombreada no desenho), onde a curva AB é parte da representação gráfica da função  $f(x) = 2^x$ , João demarcou o retângulo OCBD e, em seguida, usou um programa de computador que “plota” pontos aleatoriamente no interior desse retângulo.



Sabendo que dos 1000 pontos “plotados”, apenas 540 ficaram no interior da figura ABDO, qual deve ser a área estimada dessa figura, em unidades de área?

9. (UFSCar-2004) Se a área do triângulo retângulo ABC, indicado na figura, é igual a  $3n$ , qual deve ser o valor de  $f(n)$ ?





- 10.** (Unicamp-2003) O processo de resfriamento de um determinado corpo é descrito por:  $T(t) = T_A + \alpha \cdot 3^{\beta t}$ , onde  $T(t)$  é a temperatura do corpo, em graus Celsius, no instante  $t$ , dado em minutos,  $T_A$  é a temperatura ambiente, suposta constante, e  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes. O referido corpo foi colocado em um congelador com temperatura de  $-18^\circ\text{C}$ . Um termômetro no corpo indicou que ele atingiu  $0^\circ\text{C}$  após 90 minutos e chegou a  $-16^\circ\text{C}$  após 270 minutos.
- Encontre os valores numéricos das constantes  $\alpha$  e  $\beta$ .
  - Determine o valor de  $t$  para o qual a temperatura do corpo no congelador é apenas  $(\frac{2}{3})^\circ\text{C}$  superior à temperatura ambiente.
- 11.** (UFRJ-2005) O número de bactérias em uma certa cultura dobra a cada hora. A partir da amostra inicial, são necessárias 24 horas para que o número de bactérias atinja uma certa quantidade  $Q$ . Calcule quantas horas são necessárias para que a quantidade de bactérias nessa cultura atinja a metade de  $Q$ .
- 12.** (Vunesp-1999) Duas funções  $f(t)$  e  $g(t)$  fornecem o número de ratos e o número de habitantes de uma certa cidade em função do tempo  $t$  (em anos), respectivamente, num período de 0 a 5 anos. Suponha que no tempo inicial ( $t = 0$ ) existiam nessa cidade 100 000 ratos e 704 000 habitantes, que o número de ratos dobra a cada ano e que a população humana cresce 2 000 habitantes por ano. Pede-se:
- As expressões matemáticas das funções  $f(t)$  e  $g(t)$ .
  - O número de ratos que haverá por habitante, após 5 anos.
- 13.** (Vunesp-2004) Considere função dada por  $f(x) = 3^{2x+1} + m \cdot 3^x + 1$ .
- Quando  $m = -4$ , determine os valores de  $x$  para os quais  $f(x) = 0$ .
  - Determine todos os valores reais de  $m$  para os quais a equação  $f(x) = m + 1$  não tem solução real  $x$ .
- 14.** (Unicamp-2004) A função  $L(x) = ae^{bx}$  fornece o nível de iluminação, em luxes, de um objeto situado a  $x$  metros de uma lâmpada.
- Calcule os valores numéricos das constantes  $a$  e  $b$ , sabendo que um objeto a 1 metro de distância da lâmpada recebe 60 luxes e que um objeto a 2 metros de distância recebe 30 luxes.
  - Considerando que um objeto recebe 15 luxes, calcule a distância entre a lâmpada e esse objeto.
- 15.** (ENEM-2007 - Adaptada) A duração do efeito de alguns fármacos está relacionada à sua meia-vida, tempo necessário para que a quantidade original do fármaco no



organismo se reduza à metade. A cada intervalo de tempo correspondente a uma meia-vida, a quantidade de fármaco existente no organismo no final do intervalo é igual a 50% da quantidade no início desse intervalo. A meia-vida do antibiótico amoxicilina é de 1 hora. Assim, se uma dose desse antibiótico for injetada às 12 h em um paciente, qual o percentual aproximado dessa dose que restará em seu organismo às 13 h 30 min?

- 16.** (FGV-2004) . Os números inteiros  $x$  e  $y$  satisfazem a equação  $2^{x+3} + 2^{x+1} = 5^{y+3} + 3 \cdot 5^y$ . Determine o valor de  $x-y$ .